



# Eyleyici doyumu altında dizi kararlı kooperatif otomatik seyir kontrolü String stable cooperative adaptive cruise control under actuator saturation

Hilal BİNGÖL<sup>1\*</sup>, Erkam ÇANKAYA<sup>2</sup>, Klaus Werner SCHMIDT<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Çankaya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Mekatronik Mühendisliği, Ankara  
hilalbingol@cankaya.edu.tr, schmidt@cankaya.edu.tr

<sup>2</sup>Çankaya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektronik Ve Haberleşme Mühendisliği, Ankara, Türkiye  
erkamcankaya1@gmail.com

Geliş Tarihi/Received: 01.03.2016, Kabul Tarihi/Accepted: 30.05.2016  
\* Yazışılan yazar/Corresponding author

doi: 10.5505/pajes.2016.23473  
Özel Sayı Makalesi/Special Issue Article

## Öz

Kooperatif otomatik seyir kontrolü (CACC), araçtan araca haberleşme yöntemiyle veri iletilmesini ve uzaklık ölçümlerine göre yoğun trafikte güvenilir araç takibinin yapılmasını sağlar. Kullanılan CACC dizaynları dizi kararlılığının temel özelliklerini sorunsuz bir şekilde yerine getirirken doğrusal araç modelleri için sınırlıdır. Bu makalede ise, doğrusal olmayan araç modeli kullanıldığında ve lider araca uygulanan giriş sinyali doyuma uğramadığında dizi kararlılığının korunabildiği gösterilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Akıllı ulaşım sistemleri, Kooperatif otomatik seyir kontrolü, Dizi kararlılığı

## Abstract

Cooperative adaptive cruise control (CACC) enables safe vehicle following in dense traffic based on distance measurements and communicated data via vehicle-to-vehicle communication. Existing CACC designs achieve the essential property of string stability but are limited to linear vehicle models. In this paper, we show that string stability is preserved when using a nonlinear vehicle model if the input signal of the leader vehicle does not saturate.

**Keywords:** Intelligent transportation systems, Cooperative adaptive cruise control, String stability

## 1 Giriş

Akıllı ulaşım sistemleri (AUS, Intelligent Transportation Systems-ITS) günümüzde giderek önem kazanmaktadır. AUS geliştirilen teknoloji yardımıyla, yakıt tüketiminde yapılacak olan değişiklikler ile birlikte ulaşımın çevreye olumsuz etkilerini azaltmayı, trafik verimliliğini ve emniyetini artırmayı aynı zamanda trafikte kullanıcıların bilgilendirilmesini hedeflemektedir. AUS tüm bu yenilikler için ulaşım altyapısına bilgi, iletişim-haberleşme ve kontrol teknolojilerini eklemektedir [1]-[6]. Buna göre, AUS trafikte kullanıcıları bilgilendirirken [7],[8], aynı zamanda araç manevralarını koordine edebilmekte [9]-[12] araçtan araca (vehicle to vehicle - V2V) ve araçtan altyapıya (vehicle to infrastructure - V2I) haberleşme yöntemlerini kullanarak araçlar arası bağlantıyı sağlamaktadır.

Kooperatif otomatik seyir kontrolü (Cooperative adaptive cruise control - CACC) [13]-[16] uzunlamasına otomatik araç kontrolü için son zamanlarda geliştirilmiş olan bir tekniktir. Otomatik seyir kontrolü (ACC)'ne [17] benzer şekilde CACC tekniği araç hızının istenilen değerde olması ve uzaklık ölçümlerine (RADAR ya da LIDAR) bağlı olarak lider araç ile güvenilir bir mesafede araç takibi yapılabilmesine olanak sağlar. Buna ek olarak, CACC lider aracın ivme ya da hız gibi durum bilgilerinin de araçtan araca haberleşme yöntemi (V2V) ile iletilmesini sağlar. Yoğun trafikte araç dizinleri olarak adlandırılan araçlar önlerindeki lider araçları kısa bir mesafede takip eder [17],[18]. Eğer araçlar arası dizi kararlılığının temel bileşenlerinin sağlanması gerekiyorsa; hareket halinde herhangi bir araçta meydana gelebilecek dalgalanmaların takipçi araçlar tarafından da sönümlenmesi gerekir [19].

Mevcut literatürde, CACC [13] tekniği kullanılarak dizi kararlılığını başarılı bir şekilde gerçekleştirmek için birkaç

farklı kontrol metodu kullanılmıştır. Yapılan çalışmalardan [14]'te  $H_\infty$ -kontrol ve [20]'de dizi kararlılığının başarılı bir şekilde sağlanması için bir model tahmin kontrol stratejisi önerilmiştir. [21]'de yeterli yakalama zamanı süresinde dizi kararlılığının sağlanması için pozitif dürtü yanıtı ile birlikte  $L_\infty$ -kontrol yöntemi uygulanmıştır. [15]'te ise dizi kararlılığında meydana gelebilecek olan haberleşme gecikmelerinin etkileri üzerine çalışma yapılmıştır. Yapılan çalışmalarda dizi kararlılığını korumak için doğrusal araç modeli üzerinden varsayımlar yapılmıştır.

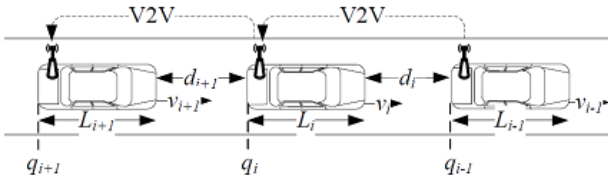
Bu makalede ise diğer çalışmalardan farklı olarak, girdi sinyali sınırlı motor kuvveti olan ve doğrusal olmayan araç modeli kullanılmıştır. Doğrusal model için uygun olan CACC dizaynına geri besleme doğrusallaştırması uygulandığında ve motor kuvveti kendi sınırları içerisinde kaldığında doğrusal olmayan modellerde de sorunsuz bir şekilde uygulanabildiği görülmüştür. Bununla birlikte, eğer motor kuvveti doyuma uğrarsa doğrusal olmayan durumlar ve dizi kararlılığında geçersiz sonuçlar ortaya çıktığı görülmüştür. Bu çalışmanın, en önemli katkısı dizide bulunan araçların motor kuvvetleri, lider aracın motor kuvveti kendi sınırlarını aşmadığı sürece herhangi bir doyuma uğramaması ve lider aracın ivmesinde meydana gelen dalgalanmaların takipçi araçlarda sönümlendiğinin gözlemlenmesidir. Bu şart her zaman sağlanabileceğinden, bu makalede doğrusal modeller için elde edilen CACC dizaynının doğrusal olmayan dinamiklere sahip araçlara da uygulanabileceği gösterilmiştir. Literatür taramalarına baktığımızda, bu çalışma bu konuda yapılan ilk çalışmadır. Sadece [22]'de doğrusal araç modelini kullanarak ivme doyumunun dizi kararlılığı üzerindeki etkileri ile ilgili çalışma yapılmıştır. Çalışmada lider aracın ivmesi belirlenen sınırlar içerisinde kaldığında, dizide bulunan tüm araçların istenilen sınırlar içerisinde kaldığı görülmüştür.

Bu makale şu şekilde bölümlere ayrılmıştır: 2.bölüm'de araç takibi, dizi kararlılığı ve CACC ile ilgili gerekli bilgiler verilmektedir. Doğrusal olmayan araç modeli ve elde ettiğimiz önemli sonuçlar bölüm 3'te belirtilmiştir. Sonuç kısmı ise 4.bölümde bulunmaktadır.

## 2 Kooperatif otomatik seyir kontrolü

### 2.1 Araç takibi

Yeni bir yaklaşım olan kooperatif otomatik seyir kontrolü (CACC) yöntemi araç takip sistemi için kullanılır ve Şekil 1'de görüldüğü gibi araçlar arası kısa mesafede araç dizileri oluşturur. Buna göre  $L_i$ ,  $q_i$ ,  $v_i$  sırasıyla  $i$  aracının uzunluk, arka tekerlek pozisyonu ve hızını gösterir;  $d_i$  ise  $i-1$  ve  $i$  aracı arasındaki uzaklığı belirtir. CACC modeli kullanıldığında,  $d_i$  uzaklığı sensör ölçümlerinden (RADAR ya da LIDAR) gelen verilere göre  $i$  aracı tarafından elde edilir. Buna ek olarak, ivme ya da hız gibi sinyaller araçtan araca (V2V – Vehicle to Vehicle) kablosuz haberleşme yöntemiyle her  $i$  aracı tarafından alınabilir.



Şekil 1: CACC ile araç dizini.

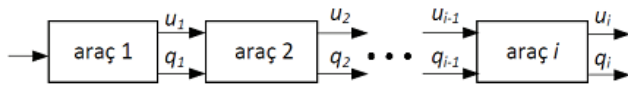
CACC yönteminde, araçlar arasındaki istenilen uzaklık aralığı olarak gösterilmiştir. Son literatür çalışmalarında sabit yakalama zamanı ilkesi [14], (1)'de gösterildiği gibi kullanılmıştır.

$$d_{i,r} = r_i + hv_i \quad (1)$$

Burada,  $d_{i,r}$  değeri  $i-1$  aracı ve  $i$  aracı arasındaki istenilen aralığı göstermektedir. Bu değer, durma pozisyonundaki tamponlar arası uzaklık  $r_i$  ve yakalama zamanı  $h$  ile hesaplanır. Bu durumda, istenilen uzaklık  $v_i$  ile doğru orantılı olarak değişir ve hız sıfır iken  $r_i$ 'ye eşit olur.

### 2.2 Dizi kararlılığı

Güvenilir ve konforlu bir izleme olabilmesi için, CACC sisteminde Şekil 2'de görüldüğü gibi araç dizini boyunca meydana gelebilecek tüm bozukluklar azaltılmalıdır. Bunun anlamı  $i$  aracının hızı ya da ivmesindeki herhangi bir varyasyonun onu takip eden araçlardaki varyasyonu arttırıcı yönde olmamasıdır.



Şekil 2: CACC benzetim için girdiler.

Bu durum literatürde [14]-[16],[19] katı dizi kararlılığı olarak yer alır. Doğrusal sistem gösteriminin transfer fonksiyonu ile gösterildiği varsayılırsa,

$$\Gamma(s) = \frac{U_i(s)}{U_{i-1}(s)} \quad (2)$$

$u_{i-1}$  ve  $u_i$  kontrol girdileri arasında, katı dizi kararlılığı tüm araçlar  $i$  için sağlanmış olur.

$$\|\Gamma_i(s)\|_\infty \leq 1 \quad \gamma(t) \geq 0 \quad \forall t \quad (3)$$

Bu sebeple,  $U_i(s)$  ifadesi  $u_i(t)$  sinyalinin Laplace dönüşümünü gösterir.  $\|\bullet\|_\infty$  ifadesi  $H_\infty$ - norm ifade eder ve  $\gamma(t)$  ifadesi dürtü yanıtıdır. Yine aynı şekilde  $\gamma(t)$  fonksiyonunun tanımından aşağıdaki eşitlik sağlanır.

$$\|\gamma_i(t)\|_1 = \frac{\|u_i\|_\infty}{\|u_{i-1}\|_\infty} \leq 1$$

Frekans alanında dürtü yanıtının  $L_1$  normu yalnızca dürtü yanıtı pozitif olduğunda hesaplanabilir [23]. Bundan dolayı her CACC kontrol dizaynı için (3)'te ki durum sağlanmalıdır.

### 2.3 Araç modeli ve geri besleme kontrolü

Literatüre bakıldığında, homojen diziler yani tüm araçlar için aynı dinamik özellikler göz önüne alınarak sistemler tasarlanmıştır [14],[15]. En son yapılan çalışmalarda [14], (1)'de gösterilen aralık ilkesi ve (4)'te gösterilen sistem transfer fonksiyon modeli her araç için kullanılmıştır.

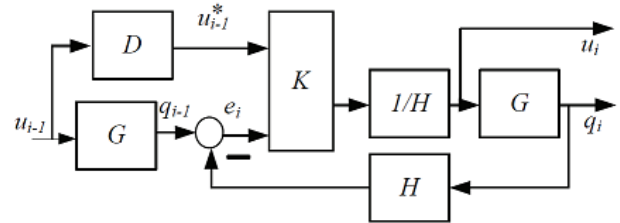
$$G_i(s) = \frac{e^{-\theta s}}{(1 + s\tau_i)s^2} = \frac{Q_i(s)}{U_i(s)} \quad (4)$$

$\theta$  muhtemel sistem gecikmesi ve  $\tau_i$  ise sürüş hattı dinamikleri için zaman sabitini ifade eder. Buna göre geri besleme için CACC kontrol sistemi Şekil 3'te görüldüğü gibi tasarlanır. Burada araç  $i$  için  $u_{i-1}$  girdi sinyali araç  $i$ 'ye V2V haberleşme yöntemi ile iletilir ve  $D = e^{-\Delta s}$  ise muhtemel haberleşme gecikmesini gösterir.  $H = 1 + hs$  sabit ilerleme  $h$  ile birlikte (1)'de bulunan aralık ilkesini bulmak için kullanılır ve  $K$  kontrol transfer matrisi ise şu şekilde yazılabilir:

$$K = [K_{ff} \quad K_{fb}]$$

$K_{ff}$ , V2V haberleşme aracılığı ile önündeki araç tarafından iletilen veri girişi için bir ileri beslemeli filtre fonksiyonudur.  $K_{fb}$ , uzaklık ölçüm  $d_i$  tabanlı uzaklık hata  $e_i$  kontrolü için bir geri besleme kontrolü transfer fonksiyonudur. Homojen araçlar durumu için,  $\tau_i = \tau_i$  değeri her araç  $i, j$  için sağlanmıştır. Tüm  $i$  değerleri için Şekil 3'te verilen modelden  $\Gamma$  denklemi bulunmuştur:

$$\Gamma(s) = \Gamma_i(s) = \frac{DK_{ff} + G_i K_{fb}}{H(1 + G_i K_{fb})} \quad (5)$$



Şekil 3: CACC için geri besleme döngüsü.

Bundan dolayı, (3)'e göre,  $K$ 'nın dizaynı için aşağıdaki eşitlik sağlanmalıdır:

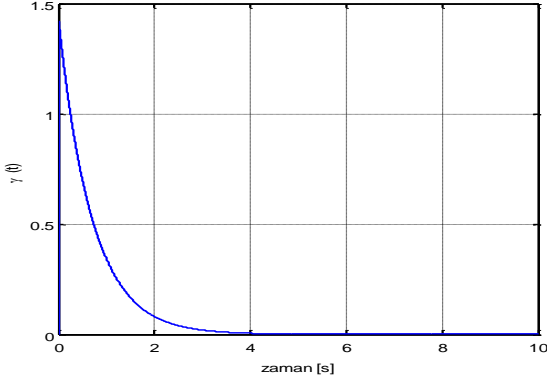
$$\|\Gamma(s)\|_\infty \leq 1 \quad \gamma(t) \geq 0 \quad \forall t \quad (6)$$

Bu çalışmada,  $\tau_i = 0.1 s$  ve  $h = 0.7 s$  değerleri kullanılarak örnek bir dizayn [14] oluşturulmuştur. Buna göre elde edilen ileri besleme kontrolü ve geri besleme kontrolü aşağıdaki gibi bulunur.

$$K_{ff} = \frac{1431s^3 + 1.214 \cdot 10^4 s^2 + 3.219 \cdot 10^4 s + 2.538 \cdot 10^4}{s^4 + 1437s^3 + 1.215 \cdot 10^4 s^2 + 3.22 \cdot 10^4 s + 2.58 \cdot 10^4} \quad (7)$$

$$K_{fb} = \frac{3019s^3 + 2.041 \cdot 10^4 s^2 + 2.799 \cdot 10^4 s + 7143}{s^4 + 1437s^3 + 1.215 \cdot 10^4 s^2 + 3.22 \cdot 10^4 s + 2.58 \cdot 10^4} \quad (8)$$

Aynı zamanda Şekil 4'te sistemin pozitif dürtü yanıtı gösterilmiştir.



Şekil 4: Pozitif Dürtü Yanıtı.

### 3 Doyum etkileri

#### 3.1 Doğrusal olmayan model

CACC tekniği Şekil 3'te gösterildiği üzere doğrusal araç modeli üzerine dizayn edilmiştir. Buna rağmen, araç doğrusal olmayan dinamikler gösterir. Yapılan bu çalışmada, literatürden [24],[25] doğrusal olmayan model denklemleri alınarak bir model oluşturulmuştur.

$$\dot{q}_i = v_i \quad (9)$$

$$\dot{v}_i = a_i \quad (10)$$

$$\dot{a}_i = -\frac{1}{\tau} \left( \dot{v}_i + \frac{\sigma A_i c_{di}}{2m_i} v_i^2 + \frac{d_{mi}}{m_i} \right) - \frac{\sigma A_i c_{di} v_i a_i}{m_i} + \frac{1}{\tau m_i} c_i \quad (11)$$

Şekil 5'te, doğrusal olmayan sistem için oluşturulan model gösterilmiştir.

Denklem de, geri besleme doğrusallaştırması kullanıldığında  $c_i$  değeri,

$$c_i = m_i u_i + \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_i^2 + d_{mi} + \tau \sigma A_i c_{di} v_i a_i \quad (12)$$

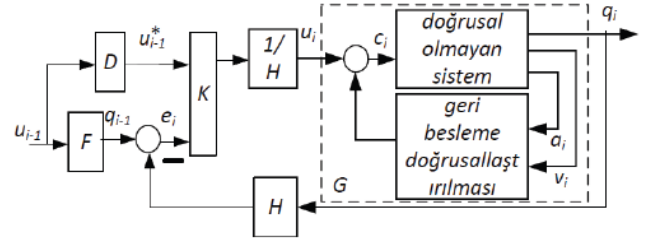
12), (11)'de yerine konulduğunda elde edilen denklemler:

$$\dot{q}_i = v_i \quad (13)$$

$$\dot{v}_i = a_i \quad (14)$$

$$\dot{a}_i = -\frac{1}{\tau} a_i + \frac{1}{\tau} u_i \quad (15)$$

Bu model için  $u_i$  ve  $q_i$  arasındaki transfer fonksiyon hesaplandığında,  $\theta = 0$  ile birlikte (4)'te gösterilen  $G_i(s)$  denklemi bulunur.



Şekil 5: CACC'ın içerdiği doğrusal olmayan model ve geri bildirim doğrusallaştırması için geri bildirim döngüsü.

#### 3.2 Giriş doyumunu

Geri besleme doğrusallaştırması genel kontrol mimarisi ve CACC geri besleme kontrolü Şekil 5'te gösterilmiştir. Eğer geri besleme doğrusallaştırması kullanılırsa, Bölüm 2.3'te doğrusal sistemler için tanımlanan CACC yönteminin doğrusal olmayan model (9) - (11) için de uygun olduğu görülür. Yine de motor kuvveti her araç için limitli bir fiziksel özelliştir. Genellikle kullanılabilir maksimum motor kuvveti  $c_{max}$  aşağıda verilen denklemden hesaplanabilir.

$$c_{max} = \frac{M_e \epsilon_0 \eta_d}{r} \quad (16)$$

Maksimum motor torkunun  $M_e$  olduğu yerde,  $\epsilon_0$  vites küçültme oranı,  $\eta_d$  sürüş hattı verimliliği ve  $r$  tekerlek yarıçapı olarak ifade edilir.<sup>1</sup> Yine aynı yolla, en düşük  $c_{min}$  motor kuvveti değeri araca verilen minimum fren kuvvetini gösterir. Şekil 6'da doyumun araç üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Bu benzetimlerde kullanılan parametre değerleri  $M_e=250N.m$ ,  $\epsilon_0 = 3.8$ ,  $\eta_d = 0.9$ ,  $r = 0.19m$  ve  $c_{max} = 4500N$  ve  $c_{min} = -2990N$  olarak alınmıştır [26]. Yapılan benzetimlerde, oluşturduğumuz modele uygun olan Tablo 1'de belirtilen değerler kullanılmıştır.

Tablo 1: Doğrusal olmayan model parametreleri.

Parametreler	Açıklama	Değer
$A_i$	Kesit Alanı	$2.2 m^2$
$c_{di}$	Sürtünme Katsayısı	0.35
$d_{mi}$	Mekanik Sürükleme	150 N
$m_i$	Araç Ağırlığı	1500 kg
$\tau$	Sürüş Hattı Zaman Sabiti	0.2 s
$\sigma$	Havanın Özel Kütlesi	$\frac{kg}{m^3}$

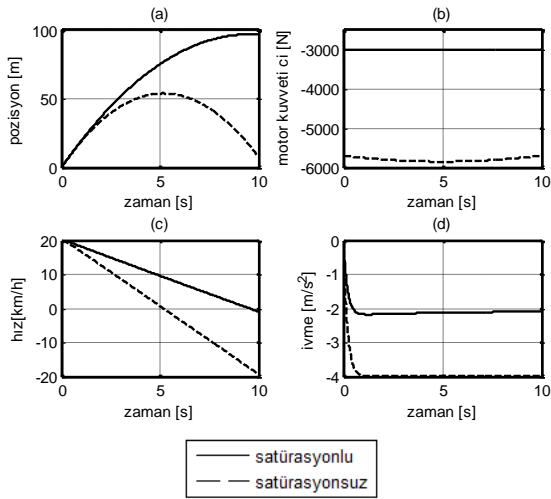
Şekil 6'daki grafiklerden de anlaşılacağı üzere eğer uygulanan motor kuvveti istenen değerler arasında olmadığında, ivmede daha yavaş artma ve azalma olduğu görülür. Bölüm 2.3'te, doğrusal model ile birlikte dizi kararlılığının korunması esas alınarak sistem fonksiyonu  $G_i(s)$ 'e bağlı elde edilen kontrolör dizaynı ile ilgili bilgi vermiştik. Grafiklerden de görüleceği üzere eğer araçların motor kuvveti doyumuna uğramış ise, dizi kararlılığına artık ulaşamayacağı görülmektedir. Bu çalışmanın asıl amacı motor kuvvetindeki doyumun dizi kararlılığı üzerine olan etkisini göstermektir.

#### 3.3 Değerlendirme

Lider aracın motor kuvveti, hareketi süresince kesinlikle verilen limit değerleri arasında kalır. Çalışmada lider araca en kötü durumdaki (maksimum motor kuvveti ve minimum motor kuvveti) girişi verilerek takipçi araçların davranışları incelenmiştir. Maksimum motor kuvvetini uygulayabilmek için,  $c_{max}$  denklemi aşağıda gösterildiği gibi olmalıdır:

$$c_{max} = m_i u_i + \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_i^2 + d_{mi} + \tau \sigma A_i c_{di} v_i a_i \quad (17)$$

<sup>1</sup> Makalede motor hızında, motor torkunun bağımlılığını ihmal ettik.

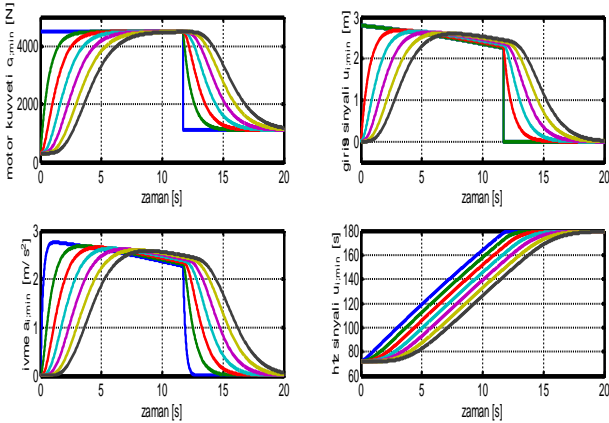


Şekil 6: Doyuma uğrayan ve doyuma uğramayan aracın pozisyonu (a), aracın motor kuvveti (b), aracın hızı (c) ve aracın ivmesi (d).

Bu denklemden  $u_{max}$  değeri aşağıda gösterildiği şekilde bulunur. Buna göre,

$$u_{max} = \begin{cases} \frac{c_{max} - d_{mi} - \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_i^2 - \tau_i \sigma A_i c_{di} a_i v_i}{m_i}, & \text{eğer } v_i \leq v_{max} \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Bu denklemlere göre, lider araç verilen maksimum hız değerini aşmamalıdır. Bu makalede kullanılan hız değeri  $v_{max} = 50 \text{ m/s}$  ( $180 \text{ km/h}$ ). Bu durumda elde edilen grafikler Şekil 7'de gösterilmiştir.



Şekil 7:  $u_{max}$  uygulaması.

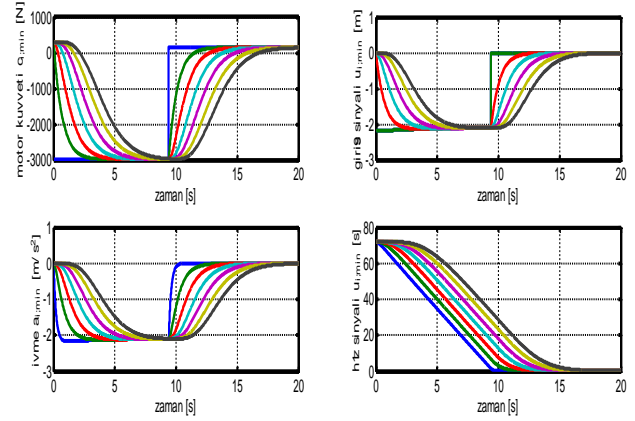
Benzer şekilde minimum motor kuvveti aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$c_{min} = m_i u_i + \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_i^2 + d_{mi} + \tau \sigma A_i c_{di} v_i a_i \quad (18)$$

Bu denklemden  $u_{min}$  değeri aşağıda gösterildiği şekilde bulunur. Buna göre,

$$u_{min} = \begin{cases} \frac{c_{min} - d_{mi} - \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_i^2 - \tau_i \sigma A_i c_{di} a_i v_i}{m_i}, & \text{eğer } v_i \geq v_{min} \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Bu denklemlere göre ise, lider aracın minimum hızı  $v_{min} = 0 \text{ m/s}$  değerinin altına düşmemelidir. Şekil 7 ve Şekil 8'da, alt aracın bulunduğu bir dizide sırasıyla  $u_{max}$  ve  $u_{min}$  giriş sinyalleri uygulandığında, elde edilen benzetim sonuçları sırasıyla gösterilmiştir.  $c_{1,max} = 4500\text{N}$  ve  $c_{1,min} = -2990\text{N}$  olarak belirlenmiştir.



Şekil 8:  $u_{min}$  uygulaması.

Bu grafiklere göre, tüm dizide bulunan lider araca  $u_{max}$  uygulandığında, dizide bulunan takipçi araçların motor kuvvetleri  $c_{max}$  değerini aşmamakta ve yine aynı şekilde lider araca  $u_{min}$  uygulandığında takipçi araçların motor kuvvetlerinin  $c_{min}$  değerinin altına düşmediği gözlemlenmiştir. Daha öncede belirtildiği gibi benzetimler tek bir test durumu için uygulanmıştır. Aynı deneyi çeşitli test durumlarında farklı ilk hız ve ilk ivme değerlerinde yapılmış ve analog sonuçlar elde edilmiştir. Öyle ki, deney sonucunda, lider araca maksimum giriş sinyali ve minimum giriş sinyali uygulandığında, takipçi araçların motor kuvvetinin doyuma uğramadığı gözlemlenmiştir.

### 3.4 Sinyal İlişkileri / Bağlantıları

Sistem de ne zaman  $u_{min}(t) \leq u_1(t) \leq u_{max}(t)$  eşitliği sağlanırsa  $c_{min} \leq c_1(t) \leq c_{max}$  eşitliği de sağlanmış olur. (17) ve (18)'de ki denklemlere bakılacak olursa, ne zaman  $u_{min}(t) \leq u_1(t) \leq u_{max}(t)$  sağlanırsa  $u_{i,min}(t) \leq u_i(t) \leq u_{i,max}(t)$  eşitliği sağlanmış olur. ( $i - 1$ ) aracına sırasıyla  $u_{i-1,min}(t)$  ve  $u_{i-1,max}(t)$  uygulandığında  $i$  aracının giriş sinyali için  $u_{i,min}(t)$  ve  $u_{i,max}(t)$  değerini yazabiliriz.

Daha önce yaptığımız gibi, lider aracı 1. ve onu takip eden aracı 2. araç olarak düşünelim. (2)'de ki denkleme göre,  $U_2(s) = \Gamma(s)U_1(s)$  eşitliği sağlanmaktadır. Bu ise  $u_2(t) = \gamma(t) * u_1(t) = \int_0^t \gamma(t - \xi) u_{min}(\xi) d\xi$  olarak ifade edilebilir. Buna göre  $\gamma(t) \geq 0$  ifadesinin doğruluğu varsayıldığında (Bölüm 2.3), aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} u_{2,min}(t) &\leq \int_0^t \gamma(t - \xi) u_{min}(\xi) d\xi \\ &\leq \int_0^t \gamma(t - \xi) u_1(\xi) d\xi = u_2(t) \\ &\leq \int_0^t \gamma(t - \xi) u_{max}(\xi) d\xi = u_{2,max}(t) \end{aligned} \quad (19)$$

Denklemler 2'de göstermiş olduğumuz eşitliğin aynısını diğer sinyaller içinde yazabiliriz. Buna göre,

$$\Gamma(s) = \frac{U_i(s)}{U_{i-1}(s)} = \frac{V_i(s)}{V_{i-1}(s)} = \frac{A_i(s)}{A_{i-1}(s)}$$

Bu eşitliklerden yola çıkılarak, daha önce giriş sinyali için yapmış olduğumuz tanımlamaları  $v_i, a_i$  sinyalleri içinde

yapabiliriz. Buna göre, eğer  $(i - 1)$  aracına sırasıyla  $a_{i-1,min}(t)$  ve  $a_{i-1,max}(t)$  uygulandığında  $i$  aracının ivme sinyali için  $a_{i,min}(t)$  ve  $a_{i,max}(t)$  değerleri yazılır. Buna göre;

$$a_{i,min}(t) \leq a_i(t) \leq a_{i,max}(t) \quad (20)$$

eşitliği elde edilir. Aynı eşitlikler hız içinde yazılabilir. Buna göre  $(i - 1)$  aracına sırasıyla  $v_{i-1,min}(t)$  ve  $v_{i-1,max}(t)$  uygulandığında  $i$  aracının hız sinyali için  $v_{i,min}(t)$  ve  $v_{i,max}(t)$  değerleri yazılır. Buna göre;

$$v_{i,min}(t) \leq v_i(t) \leq v_{i,max}(t) \quad (21)$$

eşitliğini sağlamış oluruz.

### 3.5 Dizi kararlılığının ispatı

Sistemde, lider aracın maksimum kapasitede ivmelenmesinden kaynaklı doyum oluştuğunu söyleyebiliriz. Bir dizide ise eğer lider araç sert bir şekilde hızlanır ya da yavaşlar ise, yerine eyleyici (aktüatör) doyumunu meydana gelebilir. Doyum sistemde meydana gelen ve doğrusal olmayan bir etkidir. Bundan dolayı doğrusal olmayan bir sistemde (yani dizide bulunan araçların aynı karakteristik özelliklere sahip olmaması); hem doyum gözlemlenmemesi hem de dizi kararlılığının korunması sağlamak zor bir aşamadır [27].

Bu bölümde oluşturmuş olduğumuz sistemde sadece belli durumlarda geçerli olan *doyum altında dizi kararlılığının korunması* ile ilgili elde ettiğimiz hesaplamalara yönelik detaylı bilgi verilmiştir.

**Teorem 1:** (12)'de yazmış olduğumuz geri besleme doğrusallaştırma denklemi ile (9)-(11)'de göstermiş olduğumuz denklemler ve (7),(8)'de ki CACC denklemlerini ele alalım. Her  $i$  aracı için ilk hızımız  $v_i(0)$  olsun ve  $a_i(0) = 0$  olduğunu dizide bulunan her  $i$  aracı için kabul edelim ( $i = 1, 2 \dots n$ ). Bu durumda;

$$c_{min} \leq c_i(t) \leq c_{max} \quad (22)$$

(22)'de verilen motor kuvveti eşitliği, ancak (23)'te verilen eşitlik sağlanırsa gerçekleşmiş olur.

$$v_i(0) + \int u_{i,min}(t) dt \geq 0 \quad (23)$$

**İspat:** (22)'de verilen denklemde ilk olarak  $c_i(t) \leq c_{max}$  eşitliğinin doğruluğunu ispatlayalım. (19)-(21)'de bulunan denklemlerden aşağıdaki eşitlikleri yazabiliriz.

$$m_i u_i(t) \leq m_i u_{i,max}(t) \quad (24)$$

$$v_i(t)^2 \leq v_{i,max}^2(t), v_i(0) \geq 0 \quad (25)$$

$$a_i v_i \leq a_{i,max}(t) v_i \leq a_{i,max}(t) v_{i,max}(t) \quad (26)$$

(24)-(26)'da verilen eşitliklerden,

$$c_i \leq m_i u_{i,max}(t) + d_{mi} + \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_{i,max}^2(t) + \tau_i \sigma A_i c_{di} a_{i,max}(t) v_{i,max}(t) = c_{max} \quad (27)$$

eşitliğini ispatlamış oluruz.

Bir diğer adımda ise  $v_i(t) \geq 0$  eşitliliği sağlandığı durumlarda (22)'de verilen eşitliğinden  $c_{min} \leq c_i(t)$  eşitliğinin ispatını yapalım. Aşağıdaki eşitliklerin doğruluğunu bilmekteyiz.

$$m_i u_{i,min}(t) \leq m_i u_i(t) \quad (28)$$

$$a_{i,min}(t) v_i(t) \leq a_i(t) v_i(t) \quad (29)$$

(28),(29)'de verilen eşitliklere göre,

$$\begin{aligned} c_i &\geq m_i u_{i,min}(t) + d_{mi} + \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_i^2(t) \\ &\quad + \tau_i \sigma A_i c_{di} a_{i,min}(t) v_i(t) \\ &= m_i u_{i,min}(t) + d_{mi} + \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_{i,min}^2(t) \\ &\quad + \tau_i \sigma A_i c_{di} a_{i,min}(t) v_{i,min}(t) \\ &\quad + \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_i^2(t) + \tau_i \sigma A_i c_{di} a_{i,min}(t) v_i(t) \\ &\quad - \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_{i,min}^2(t) \\ &\quad - \tau_i \sigma A_i c_{di} a_{i,min}(t) v_{i,min}(t) \\ &= c_{min} + \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_i^2(t) \\ &\quad + \tau_i \sigma A_i c_{di} a_{i,min}(t) v_i(t) \\ &\quad - \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_{i,min}^2(t) \\ &\quad - \tau_i \sigma A_i c_{di} a_{i,min}(t) v_{i,min}(t) \end{aligned} \quad (30)$$

eşitliği bulunur. (30)'da verilen bu eşitliği

$$c_i \geq c_{min} + \Delta c_i(v_i(t)) \quad (31)$$

şeklinde ifade edelim. Buna göre, denklem (18)'den  $c_{min}$  denklemini bilmekteyiz ve  $\Delta c_i(v_i(t))$  (32) değerini de aşağıda belirtildiği şekilde yazabiliriz.

$$\Delta c_i(v_i(t)) = \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_i^2(t) + \tau_i \sigma A_i c_{di} a_{i,min}(t) v_i(t) - \frac{\sigma A_i c_{di}}{2} v_{i,min}^2(t) - \tau_i \sigma A_i c_{di} a_{i,min}(t) v_{i,min}(t) \quad (32)$$

Buna göre  $\Delta c_i(v_i(t)) \geq 0$  eşitliğinin sağlandığını ispatlamamız gerekmektedir.  $v_i(t) = -\tau_i a_{i,min}(t)$  değerinin minimum olduğu  $v_i(t)$  değerinde  $\Delta c_i(v_i(t)) = 0$  olduğunu ve  $\Delta c_i(v_i(t))$  denkleminin bir parabol denklemi olduğunu görmekteyiz. Bunun anlamı, eğer  $v_{i,min}(t) \geq -\tau_i a_{i,min}(t)$  eşitliğini sağlıyor ise  $\Delta c_i(v_i(t)) \geq 0$  eşitliği tüm  $v_i(t) \geq v_{i,min}(t)$  için sağlanmış olur.

Bundan dolayı, sadece  $v_{i,min}(t) + \tau_i a_{i,min}(t) \geq 0$  eşitliğinin doğruluğunu göstermemiz yeterli olacaktır. (15)'den aldığımız denklem,

$$\tau \dot{a}_i(t) + a_i(t) = u_i(t) \quad (33)$$

(33)'de ifade edilen bu denklemden aşağıdaki eşitliği yazabiliriz.

$$\tau a_i(t) + v_i(t) = \int u_i(t) dt + v_i(0) \quad (34)$$

Buna göre teoremdaki (23)'de ki varsayıma göre (34)'de verilen eşitliği (35)'de gibi ispatlamış oluruz.

$$\tau a_{i,min}(t) + v_{i,min}(t) = \int u_{i,min}(t) dt + v_i(0) \geq 0 \quad (35)$$

Teorem, lider aracın belirli bir ilk hızla ( $v_i(0)$ ) harekete

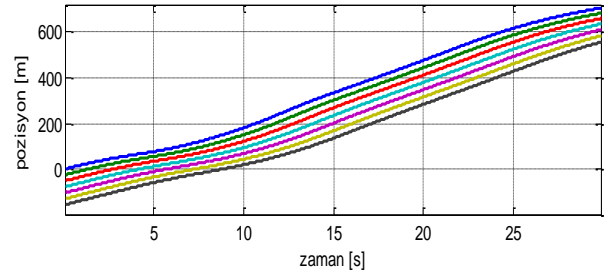
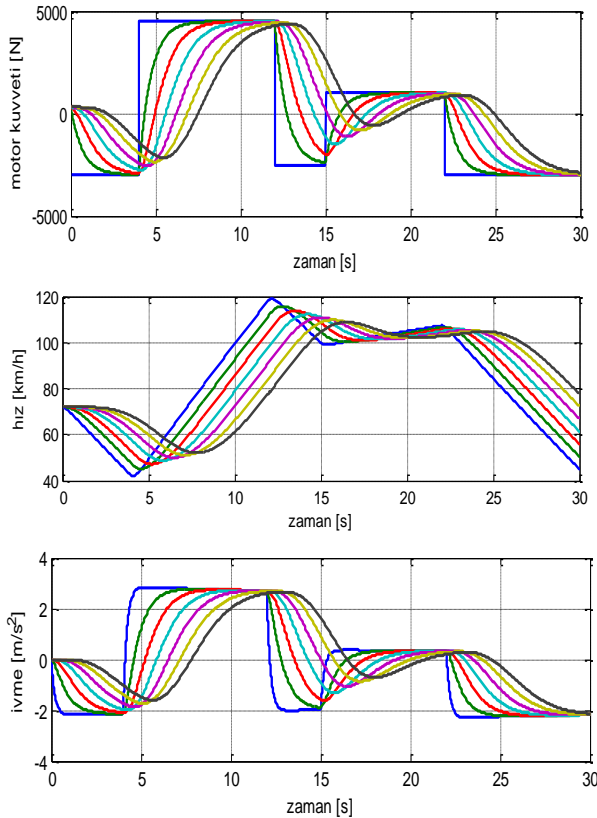
başladığı durumlar için uygundur. Bu durumda dizide bulunan tüm araçların motor kuvvetlerinde eğer (23)'te verilen eşitlik sağlanıyorsa herhangi bir doyum meydana gelmez. Belirtilen durum için istenilen dizi kararlılığı bu sayede korunmuş olur.

### 3.6 Benzetim sonuçları

Bu bölümde, daha önce bahsetmiş olduğumuz parametreler kullanılarak elde edilen benzetim sonuçları verilmiştir. Yapılan benzetimlerde,  $v_{min} = 0$  ile  $v_{max} = 50$  m/s arasında farklı ilk hız değerleri verilerek, (23)'teki denklemin doğruluğu ispatlanmıştır.

Aldığımız benzetim sonuçları Şekil 9'da gösterilmiştir. Şekilde görüldüğü üzere 1. grafikte, lider aracın araç kuvveti  $c_{1,max} =$

4500 N ve  $c_{1,min} = -2990$  N ile sınırlandırılmıştır. Mavi renk ile gösterilen lider aracın motor kuvvetinin sınırlandırılması, lider aracı takip eden tüm  $i$  araçlarının motor kuvvetlerini de sınırlandırmıştır. Buna göre, her  $i$  aracı için  $c_{i,min} \geq -3000$  N ve yine her  $i$  aracı için  $c_{i,max} \leq 4500$  N değerlerinin korunduğu gözlenmektedir. Sonuç olarak, dizide birbirini takip eden araçların motor kuvvetlerinde herhangi bir doyum gözlenmez ve motor kuvvetleri istenilen sınırlar içerisinde kalarak dizi kararlılığı korunmuş olur. 2. grafikte araçların hız verilerine bağlı benzetim sonuçları gösterilmektedir. Mavi renk ile gösterilen lider araç  $v_0 = 20$  m/s ilk hızı ile hızlanmaya başlamıştır. Yeşil renk ile gösterilen 2. araç, lider araç ile aynı şekilde hızlanmaya başlamış ve bu kural dizide bulunan diğer araçlar tarafından da aynı şekilde gerçekleştirilmiştir. Dizide bulunan tüm araçlar lider araca bağlı olarak ilk 5 sn içerisinde hızlarını kontrollü bir şekilde azaltırken, 5.sn - 10.sn arasında hızlarını kontrollü olarak arttırmaktadır. 3. grafikte ise lider aracın hızının azalmasına bağlı olarak araç  $a_0 = 0$  m/s<sup>2</sup> ivme ile ivmelenmeye başlar. Lider aracı takip eden yeşil renkli 2. araç ve onu takip eden diğer araçların ivmeleri ilk 5 sn içerisinde ivmelerini azaltmakta, 5.sn-10.sn arasında hızlarının artmasıyla ivmelerini arttırmaya başladıkları görülmektedir. Benzetim süresi (30sn) boyunca dizide bulunan araçların ivmelerinde orantılı olarak artma ya da azalma olduğu gözlenmektedir. Dizi kararlılığının bir sonucu olarak lider aracın ivmesinde meydana gelen dalgalanmalar dizide bulunan diğer araçlar tarafından azaltılmaktadır. Son olarak pozisyon grafiğine bakılacak olursa (1)'de verilen sabit yakalama zamanı ilkesi denklemine uygun olarak araçlar arası mesafe hızla doğru orantılı olarak artmakta ya da azalmaktadır. Grafikten de görüleceği üzere araçlar arası güvenli mesafe oluşturularak araç takibi yapılmakta ve dizi kararlılığı korunmaktadır.



Şekil 9: Değişken giriş sinyal ile oluşturulan benzetim.

## 4 Sonuçlar

Bu çalışmada, araç takibi için sınırlı motor kuvveti ile doğrusal olmayan araç modeli kullanılarak kooperatif otomatik seyir kontrolü ile ilgili çalışma yapılmıştır. Çalışmada, doğrusal sistemlerle elde edilen *dizi kararlılığının* temel özelliği lider aracın motor kuvveti sınırlarını aşmadığı sürece herhangi bir sorunla karşılaşmadan aynı şekilde elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar yapılan benzetimlerle desteklenmiştir.

## 5 Açıklama

Bu çalışma Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırmalar Kurumu (TÜBİTAK) tarafından EEEAG/115E372 numaralı araştırma projesi kapsamında desteklenmiştir.

## 6 Kaynaklar

- [1] Varaiya P. "Smart Cars on Smart Roads: Problems of Control". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(2), 195-207, 1993.
- [2] Papageorgiou M, Diakaki C, Dinopoulou V, Kotsialos A, Wang Y. "Review of Road Traffic Control Strategies". *Proceedings of the IEEE*, 91(12), 2043-2067, 2003.
- [3] Sussman JS. *Perspectives on Intelligent Transportation Systems (ITS)*. Berlin, Germany, Springer, 2005.
- [4] Sumit G, Tony SL. *Intelligent Transportation Systems: Smart and Green Infrastructure Design*. 2<sup>nd</sup> ed. Boca Raton, USA, CRC Press, 2010.
- [5] Rafiq G, Talha B, Patzold M, Luis JG, Ripa G, Carreras I, Coviello C, Marzorati S, Rodriguez P, Herrero G, Desaegeer M. "What's New in Intelligent Transportation Systems?: An Overview of European Projects and Initiatives". *Vehicular Technology Magazine*, 8(4), 45-69, 2013.
- [6] Shaohu T, Zhengxi L, Dewang C, Zhaomeng C, Wenli L, Xiaoming L, Lingxi L, Xiaobo S. "Theme Classification and Analysis of Core Articles Published in IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems From 2010 to 2013". *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(6), 2710-2719, 2014.
- [7] Belz NP, Garder PE. "Maine Statewide Deployment and Integration of Advanced Traveler Information Systems". *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2129(3), 16-23, 2009.
- [8] Junping Z, Fei-Yue W, Kunfeng W, Wei-Hua L, Xin X, Cheng C. "Data-Driven Intelligent Transportation Systems: A Survey". *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 12(4), 1624-1639, 2011.
- [9] Karagiannis G, Altintas O, Ekici E, Heijenk G, Jarupan B, Lin K, Weil T. "Vehicular Networking: A Survey and Tutorial on Requirements, Architectures, Challenges, Standards and Solutions". *Communications Surveys & Tutorials*, 13(4), 584-616, 2011.

- [10] Leontiadis I, Marfia G, Mack D, Pau G, Mascolo C, Gerla M. "On the Effectiveness of an Opportunistic Traffic Management System for Vehicular Networks". *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 12(4), 1537-1548, 2011.
- [11] Milanés V, Villagra J, Godoy J, Simo J, Perez J, Onieva E. "An Intelligent V2I-Based Traffic Management System". *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 13(1), 49-58, 2012.
- [12] Bin R, Peter JJ, David B, Tony ZQ, Yang C. "Perspectives on Future Transportation Research: Impact of Intelligent Transportation System Technologies on Next-Generation Transportation Modeling". *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 16(4), 226-242, 2012.
- [13] Naus JLG, Vugts PAR, Ploeg J, Molengraaf MJG, Steinbuch M. "String-Stable CACC Design and Experimental Validation: A Frequency-Domain Approach". *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 59(9), 4268-4279, 2010.
- [14] Ploeg J, Shukla PD, Wouw N, Nijmeijer H. "Controller Synthesis for String Stability of Vehicle Platoons". *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(2), 854-865, 2014.
- [15] Oncu S, Ploeg J, Wouw N, Nijmeijer H. "Cooperative Adaptive Cruise Control: Network-Aware Analysis of String Stability". *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(4), 1527-1537, 2014.
- [16] Kianfar R, Ali M, Falcone P, Fredriksson J. "Combined Longitudinal and Lateral Control Design for String Stable Vehicle Platooning within a Designated Lane". *Intelligent Transportation Systems*, 1003-1008, 2014.
- [17] Milanés V, Shladover ES. "Modeling Cooperative and Autonomous Adaptive Cruise Control Dynamic Responses Using Experimental Data". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 48, 285-300, 2014.
- [18] Kerner BS. *Introduction to Modern Traffic Flow Theory and Control: The Long Road to Three-Phase Traffic Theory*. Berlin, Germany, Springer, 2009.
- [19] Dunbar WB, Caveney DS. "Distributed Receding Horizon Control of Vehicle Platoons: Stability and String Stability". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(3), 620-633, 2012.
- [20] Kamal AS, Imura J, Hayakawa T, Ohata A, Aihara K. "Smart Driving of a Vehicle Using Model Predictive Control for Improving Traffic Flow". *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(2), 878-888, 2014.
- [21] Klinge S, Middleton HR. "String Stability Analysis of Homogeneous Linear Unidirectionally Connected Systems with nonzero Initial Conditions". *Signals and Systems Conference*, Dublin, Ireland, 11-12 June 2009.
- [22] Davis LC. "Nonlinear Dynamics of Autonomous Vehicles with Limits on Acceleration". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 405, 128-139, 2014.
- [23] Eyre J, Yanakiev D, Kanellakopoulos I. "A Simplified Framework for String Stability Analysis of Automated Vehicles". *Vehicular System Dynamics*, 30(5), 375-405, 1998.
- [24] Sheikholeslam S, Desoer CA. "Longitudinal Control of a Platoon of Vehicles with no Communication of Lead Vehicle Information: A System Level Study". *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 42(4), 546-554, 1993.
- [25] Guo G, Yue W. "Hierarchical Platoon Control with Heterogeneous Information Feedback". *IET Control Theory & Applications*, 5(15), 766-781, 2011.
- [26] Mannering FL, Kilareski WP, Washburn SS. *Principles of Highway Engineering and Traffic Analysis*, 3rd ed. New York, USA, Wiley, 2005.
- [27] Vugts RPA. "String-Stable CACC Design And Experimental Validation" MSc Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, Netherlands, 2010.